



IJSO

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เพื่อคัดเลือกผู้แทนประเทศไทยไปแข่งขัน
วิทยาศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ครั้งที่ 14
The Fourteenth International Junior Science Olympiad: 14th IJSO

ชื่อ-สกุล	ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เลขประจำตัวผู้สอบ	รหัสชุดวิชา 0000001
สถานที่สอบ	สอบวันเสาร์ที่ 21 มกราคม 2560
ห้องสอบ	เวลา 08.30 – 10.00 น.

คำชี้แจง

- ข้อสอบมี 5 หน้า (รวมหน้านี้ด้วย) จำนวน 25 ข้อ
- ใช้ปากกาเขียน ชื่อ นามสกุล เลขประจำตัวสอบ สถานที่สอบ และ
ใช้ดินสอ 2B ระบายลงในวงกลมให้ตรงกับเลขประจำตัว และรหัสชุดวิชาที่กรอกในกระดาษคำตอบ
- ข้อสอบทั้งหมดเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก
- วิธีตอบ ทำการระบายคำตอบข้อที่ถูกต้องที่สุด ลงในกระดาษคำตอบด้วยดินสอ 2B
ให้นักเรียนพิจารณาเลือกคำตอบที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุดเพียงคำตอบเดียว
ถ้าข้อใดตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก ข้อนั้นถือเป็นโมฆะ
- ห้ามนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ



- ข้อใดต่อไปนี้มีค่าเท่ากับ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{9}}$
 - $1 + \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}$
 - $1 + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}}$
 - $1 - \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}$
 - $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - 1$
- มีจำนวนเต็มบวก n ทั้งหมดกี่จำนวนซึ่ง $\sqrt{\frac{3600}{n+18}}$ มีค่าเป็นจำนวนเต็ม
 - 8
 - 9
 - 10
 - 12
- ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มซึ่ง $a^2 < b^2$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
 - $\frac{a^2}{a^2 + 2^9} < \frac{b^2}{b^2 + 2^9}$
 - $\frac{a^2}{b^2 + 2^9} < \frac{b^2}{a^2 + 2^9}$
 - $\frac{a^2}{a^4 + 2^9} < \frac{b^2}{b^4 + 2^9}$
 - $\frac{a^2}{b^4 + 2^9} < \frac{b^2}{a^4 + 2^9}$
- ก ซื้อโทรศัพท์เครื่องหนึ่งแล้วขายให้ ข โดยได้กำไร $a\%$ จากนั้น ข ขายต่อให้ ค โดยขาดทุน $b\%$
 ปรากฏว่า ก และ ค ได้ซื้อโทรศัพท์เครื่องนี้ในราคาที่เท่ากัน จงหาว่าข้อใดต่อไปนี้มีค่าเป็นจำนวนตรรกยะเสมอ
 - $\sqrt{a-b}$
 - \sqrt{ab}
 - $\sqrt{ab(a-b)}$
 - $\sqrt{\frac{a-b}{ab}}$
- พิจารณาจำนวนที่เขียนได้ในรูปทศนิยมซ้ำ $0.\dot{p}q$ โดยที่ p และ q เป็นเลขโดดตั้งแต่ 1 ถึง 8 ซึ่ง $p \neq q$
 ถ้า S เป็นผลบวกของจำนวนเหล่านั้นทั้งหมด แล้วจงหาว่าข้อใดต่อไปนี้มีค่าเป็นจำนวนตรรกยะ
 - $\sqrt{7S}$
 - $\sqrt{9S}$
 - $\sqrt{77S}$
 - $\sqrt{99S}$
- ให้ x, y, z, p, q, r เป็นเลขโดดใด ๆ ซึ่ง $0.\dot{x}y\dot{z} = 0.\dot{p}q\dot{r} + 0.\dot{i}8\dot{9}$
 จงหาว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นค่าของ $(p+y+z-q-r-x)^2$ ไม่ได้
 - 16
 - 25
 - 36
 - 49
- ให้ a, b, c, d เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้าสมการ $ax+b < cx+d$ ไม่มีคำตอบ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงเสมอ
 - $a+b \leq c+d$
 - $a+b \geq c+d$
 - $a^2+b^2 \leq c^2+d^2$
 - $a^2+b^2 \geq c^2+d^2$



8. ให้ a, p, q เป็นจำนวนจริงใด ๆ พิจารณาระบบสมการ
$$\begin{cases} ax + y = p \\ x + y = q + 1 \end{cases}$$
 ถ้าระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ แล้วข้อใดต่อไปนี้มีค่าเป็นบวกเสมอ
- A. $(p - q - a)^2$ B. $(p - q + a)^2$ C. $(p + q - a)^2$ D. $(p + q + a)^2$
9. มีคู่อันดับ (x, y) ซึ่ง x และ y เป็นจำนวนเต็มทั้งหมดกี่คู่ที่ $(4y + 2x + 1)^2 (\pi x^2 + 1) \leq \pi^3$
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
10. พิจารณาพาราโบลาทั้งหมดที่มีสมการเป็น $y = ax^2 + ax + 1$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง $a \neq 0$ ถ้ามีพาราโบลาที่สัมผัสเส้นตรง $y = x + b$ เพียงรูปเดียว แล้วจงหาผลบวกของค่า b ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
11. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีความยาวรอบรูป 2017 หน่วยและมีความยาวด้านทุกด้านเป็นจำนวนเต็มหน่วย จะมีได้ทั้งหมดกี่รูป
- A. 503 B. 504 C. 505 D. 506
12. ให้จุด P เป็นจุดภายในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ที่ทำให้ $\triangle PCD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ถ้าเส้นตรง AP ตัดด้าน BC ที่จุด Q แล้วจงหาขนาดของ $\angle CPQ$
- A. 30° B. 35° C. 40° D. 45°
13. รูปสามเหลี่ยม ABC มีส่วนสูงจากจุดยอด A ยาว 6 หน่วย และส่วนสูงจากจุดยอด B ยาว 7 หน่วย ถ้าส่วนสูงจากจุดยอด C ยาวเป็นจำนวนเต็มหน่วย แล้วจงหาว่าส่วนสูงนี้มีความยาวที่เป็นไปได้ทั้งหมดกี่ค่า
- A. 37 B. 38 C. 39 D. 40
14. รูปสี่เหลี่ยม ABCD แนบในวงกลมและมีวงกลมแนบใน ถ้า $AB = 2$ หน่วย, $BC = 3$ หน่วย และ $CD = 5$ หน่วย แล้ว $\square ABCD$ มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย
- A. $2\sqrt{30}$ B. $3\sqrt{10}$ C. $4\sqrt{7}$ D. $5\sqrt{5}$



15. รูปสามเหลี่ยม ABC มีวงกลมแนบในรัศมี 3 หน่วย ถ้ามีวงกลมรัศมี 1 หน่วยสัมผัสภายนอกวงกลมแนบในนี้ และสัมผัสด้าน AB กับ AC แล้วจงหาขนาดของ $\angle BAC$
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°
16. ให้จุด A, B, C, D, P มีพิกัดเป็น (0, 0), (4, 0), (10, 6), (1, 3) และ (a, b) ตามลำดับ ถ้าจุด P อยู่บน \overline{BC} และ $\square ABPD$ กับ $\triangle PCD$ มีพื้นที่เท่ากัน แล้วจงหาค่าของ $a - 2b$
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
17. พีระมิดรูปหนึ่งมีส่วนสูงตรงยาว 1 หน่วยและมีฐานเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีด้านยาว a หน่วย ถ้าทรงกลมรัศมี a^2 หน่วยแนบในพีระมิดนี้ได้พอดี แล้วจงหาค่าของ a
- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{\frac{2}{5}}$ D. $\sqrt{\frac{3}{10}}$
18. กรวยที่มีพื้นที่ผิวข้างเป็น 3 เท่าของพื้นที่ฐาน จะมีรัศมีฐานกรวยเป็นกี่เท่าของรัศมีทรงกลมที่แนบในกรวย
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3
19. เมื่อนำรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ามาหมุนรอบแกนหมุนที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมที่ยาวที่สุดของรูปหกเหลี่ยม จงหาว่าทรงสามมิติที่ได้จากการหมุนจะมีพื้นที่ผิวเป็นกี่เท่าของพื้นที่รูปหกเหลี่ยม
- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{2}$
20. ให้ $\square ABCD$ เป็นหน้าของลูกบาศก์ที่มีด้านยาว 10 หน่วย และ P เป็นจุดกึ่งกลางของหน้าตรงข้าม ให้ Q เป็นจุดใน $\square ABCD$ ซึ่งอยู่ห่างจาก \overline{AB} เป็นระยะ 4 หน่วย และอยู่ห่างจาก \overline{AD} เป็นระยะ 2 หน่วย ทางเดินที่สั้นที่สุดตามหน้าลูกบาศก์จากจุด P ถึงจุด Q จะมีระยะกี่หน่วย
- A. $\sqrt{250}$ B. $\sqrt{290}$ C. $\sqrt{330}$ D. $\sqrt{370}$
21. ข้อใดต่อไปนี้มีค่าน้อยที่สุด
- A. $\frac{\tan 1^\circ}{1 + \tan 1^\circ}$ B. $\frac{\tan 7^\circ}{7 + \tan 7^\circ}$ C. $\frac{\sin 1^\circ}{1 + \sin 1^\circ}$ D. $\frac{\sin 7^\circ}{7 + \sin 7^\circ}$

