

เฉลย

1. 2	11. 2	21. 1	31. 162	41. 42
2. 1	12. 3	22. 3	32. 2	42. 5927
3. 2	13. 4	23. 1	33. 2	43. 396
4. 3	14. 2	24. 2	34. 16	44. 135
5. 4	15. 4	25. 3	35. 11	45. 200
6. 3	16. 2	26. 7	36. 205	46. 20
7. 1	17. 4	27. 20	37. 3	47. 12
8. 4	18. 1	28. 373	38. 24	48. 10
9. 1	19. 4	29. 5	39. 354	49. 6
10. 3	20. 2	30. 4	40. 168	50. 4

แนวคิด

1. ตอบ 2

วิธีทำ P เป็นเท็จ เช่น $C = \{1\}$, $A = \{1\}$, $B = \{ \}$ และ Q ก็เป็นเท็จ เช่น $C = \{1,2\}$, $A = \{1\}$, $B = \{2\}$ จะได้ (ก) คือ $[(F) \wedge T] \Leftrightarrow F \equiv T$ ถูกต้อง และ (ข) คือ $(T) \Rightarrow (T) \equiv T$ ผิด

2. ตอบ 1

วิธีทำ ก. เนื่องจาก $A \cap B \subset A \cup B \cup C$ ดังนั้น $(A \cap B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cap B$

ดังนั้น $A - [(A \cap B) \cap (A \cup B \cup C)] = A - (A \cap B) = A - B \rightarrow$ ก. ถูก

ข. $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap B' \cap C' = (A - B) - C \rightarrow$ ข. ถูก

3. ตอบ 2

วิธีทำ เป็นเท็จ เมื่อ $T \rightarrow F$

ข้างหน้า จะได้ $2x + 1 > x - 1$ หรือ $2x + 1 < -(x - 1)$ หรือ $x - 1 \leq 0$

ได้ $(-2, \infty) \cup (-\infty, 0) \cup (-\infty, 1] = R$ ดังนั้น $\forall x [|2x + 1| > x - 1]$

ยังงี้ก็จริง ข้างหลัง ยกกำลังสองได้ (เพราะเป็นบวกทั้งสองข้าง) ได้ $\left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2 < 2^2$

ตัวหารห้ามเป็น $0 \rightarrow x \neq -2$ คุณ $(x+2)^2$ ตลอดได้ (เป็นบวก ไม่ต้องกลับเครื่องหมาย) แล้ว

ย้ายข้างได้ $(x-2)^2 - (2x+4)^2 < 0 \rightarrow (3x+2)(-x-6) < 0$

ได้คำตอบคือ $(-\infty, -6) \cup \left(-\frac{2}{3}, \infty\right)$ ดังนั้น เอกภพสัมพัทธ์ที่จะทำให้ข้างหลังเป็นเท็จ

ต้องไม่มีส่วนไหนอยู่ในช่วง $(-\infty, -6) \cup \left(-\frac{2}{3}, \infty\right) \rightarrow$ ตอบ 2

4. ตอบ 3

วิธีทำ A แบ่งกรณี กรณี $(-\infty, 0)$ ได้ $-3x \leq 2 \rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \rightarrow \left[-\frac{2}{3}, 0\right)$

กรณี $\left[0, \frac{5}{2}\right)$ ได้ $-x \leq 2 \rightarrow x \geq -2 \rightarrow \left[0, \frac{5}{2}\right)$

กรณี $\left[\frac{5}{2}, \infty\right)$ ได้ $3x \leq 12 \rightarrow x \leq 4 \rightarrow \left[\frac{5}{2}, 4\right)$ รวมทุกกรณีได้ $A = \left[-\frac{2}{3}, 4\right)$

B แบ่งกรณี กรณี $(-\infty, 0)$ ได้

$x^2 + x - 12 < 0 \rightarrow (x+4)(x-3) < 0 \rightarrow x \in (-4, 3) \rightarrow (-4, 0)$

กรณี $[0, \infty)$ ได้

$x^2 - x - 12 < 0 \rightarrow (x-4)(x+3) < 0 \rightarrow x \in (-3, 4) \rightarrow (0, 4)$

รวมทุกกรณีได้ $B = (-4, 4)$

$A \cap B = \left[-\frac{2}{3}, 4\right) \rightarrow$ ก ผิด , $A - B = \{4\} \rightarrow$ ข ถูก

5. ตอบ 4

วิธีทำ หา D_r : เนื่องจาก ผลรูท ≥ 0 ดังนั้น $\sqrt{12-|x|} = 3 - \sqrt{y+1} \leq 3$

ยกกำลังทั้งสองข้าง และ เนื่องจาก ในรูท ≥ 0 จะได้ $0 \leq 12 - |x| \leq 9$

ลบ 12 แล้วคูณ -1 ได้ $3 \leq |x| \leq 12$ จะได้ $D_r = [-12, -3] \cup [3, 12]$

หา R_r : ทำแบบเดียวกัน จะได้ $\sqrt{y+1} = 3 - \sqrt{12-|x|} \leq 3$

และจะได้ $0 \leq y+1 \leq 9$ จะได้ $R_r = [-1, 8]$

$D_r \cap R_r = [3, 8]$ มี 8 ดังนั้น ก ผิด , $D_r - R_r = [-12, -3] \cup (8, 12]$ มีเลขลบด้วย

ดังนั้น ข ผิด

6. ตอบ 3

วิธีทำ ก. $n(A \cap B) = 4 + 5 - 7 = 2 \rightarrow$ มี $2^{2 \times 2} = 16 \rightarrow$ ก ผิด

ข. $n(A - B) = 4 - 2 = 2, n(B - A) = 5 - 2 = 3 \rightarrow$ มี $2^{2 \times 3} = 64 \rightarrow$ ข ถูก

7. ตอบ 1

วิธีทำ ก. เป็นวงกลมที่เอียงเฉพาะเส้นภายใน Q_1 กับ Q_3 ลากแนวตั้งตัดไม่เกิน 1 จุด \rightarrow ก. ถูก

ข. หา $f^{-1}(25)$ ให้ $x - 2 = 25$ ได้ $x = 27$ ขัดกับเงื่อนไข $x \leq 0$

ให้ $x^2 = 25$ ได้ $x = \pm 5$ ถ้าจะให้ตรงกับเงื่อนไข $x > 0$ จะได้ $x = 5$ ดังนั้น $f^{-1}(25) = 5$

หา $g(5)$ ให้ $3x - 1 = 5$ ได้ $x = 2$ แทนใน $2x^2 + 3x$ จะได้ 14 \rightarrow ข ถูก

8. ตอบ 4

วิธีทำ พาราโบลา คือ $(y - 1)^2 = -6\left(x + \frac{1}{2}\right) \rightarrow F = \left(-\frac{1}{2} - \frac{6}{4}, 1\right) = (-2, 1)$

ลองเอา $(-2, 1)$ แทน จะได้ $28 + 7 \pm (-8) \pm 82 \pm 55 = 0$ ต้องเป็น

$28 + 7 + (-8) - 82 + 55 \rightarrow$ ข้อ 4 ถ้าไม่เช็คตัวเลือกให้วงกลมมี ศก ที่ (a, b) ดังนั้น

$$(a + 2)^2 + (b - 1)^2 = (a - 4)^2 + (b - 3)^2$$

$$\rightarrow a^2 + 4a + 4 + b^2 - 2b + 1 = a^2 - 8a + 16 + b^2 - 6b + 9$$

$$\rightarrow 12a + 4b = 20 \rightarrow 3a + b = 5 \dots (1)$$

และจากความชัน จะได้ $\frac{b - 3}{a - 4} = -\frac{2}{3} \rightarrow 3b - 9 = -2a + 8 \rightarrow 2a + 3b = 17 \dots (2)$

$$3(1) - (2) : 7a = -2 \rightarrow a = -\frac{2}{7} \rightarrow b = \frac{47}{7} \text{ ได้ } r^2 = \left(\frac{12}{7}\right)^2 + \left(\frac{34}{7}\right)^2$$

ได้สมการวงกลมคือ $\left(x + \frac{2}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{47}{7}\right)^2 = \left(\frac{12}{7}\right)^2 + \left(\frac{34}{7}\right)^2$

จัดรูปได้ $x^2 + y^2 + \frac{4x}{7} - \frac{82y}{7} + \left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(\frac{41}{7}\right)^2 - \left(\frac{12}{7}\right)^2 - \left(\frac{34}{7}\right)^2 = 0$

$$\rightarrow 7x^2 + 7y^2 + 4x - 82y - \left(\frac{14 \cdot 10}{7}\right) + \left(\frac{75 \cdot 7}{7}\right) = 0$$

$$\rightarrow 7x^2 + 7y^2 + 4x - 82y + 55 = 0$$

9. ตอบ 1

วิธีทำ ก) $\frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ} \cdot \frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ} = \frac{\cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ - 2\sin 10^\circ \cos 10^\circ}{\cos^2 10^\circ - \sin^2 10^\circ}$

$$= \frac{1 - \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \sec 20^\circ - \tan 20^\circ \rightarrow$$
 ถูก

$$\begin{aligned}
 \text{ข) } \sqrt{3} \cot 20^\circ &= \frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 20^\circ\right)}{\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 20^\circ - \frac{1}{2} \sin 20^\circ + \frac{1}{2} \sin 20^\circ\right)}{\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{2\left(\sin 60^\circ \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \sin 20^\circ + \frac{1}{2} \sin 20^\circ\right)}{\sin 20^\circ} = \frac{2\left(\sin 40^\circ + \frac{1}{2} \sin 20^\circ\right)}{\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{2\left(2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ + \frac{1}{2} \sin 20^\circ\right)}{\sin 20^\circ} = \frac{4 \sin 20^\circ \cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 4 \cos 20^\circ + 1 \rightarrow \text{ถูก}
 \end{aligned}$$

10. ตอบ 3

วิธีทำ ใส่ tan ตลอด ได้ $\frac{1-x+2x}{1-(1-x)(2x)} = \frac{2\sqrt{2x(1-x)}}{1-2x(1-x)} \rightarrow 1+x = 2\sqrt{2x(1-x)}$
 $\rightarrow 1+2x+x^2 = 8x-8x^2 \rightarrow 9x^2-6x+1=0 \rightarrow x = \frac{1}{3} \rightarrow \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

11. ตอบ 2

วิธีทำ $-\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ ดังนั้น $f\left(f\left(f\left(-\frac{1}{3}\right)\right)\right) = f(f(-3))$
 $|-3| \geq \frac{1}{2}$ ดังนั้น $f(f(-3)) = f\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{-3}\right) = f\left(\frac{1}{6}\right)$
 $\left|\frac{1}{6}\right| < \frac{1}{2}$ ดังนั้น $f\left(\frac{1}{6}\right) = 6$

12. ตอบ 3

วิธีทำ หลัง log เป็นลบไม่ได้ ดังนั้น $x > 1$ จะได้ $\frac{2}{x-1} \geq x$
 คูณ $x-1$ ทั้งสองข้างได้ ไม่ต้องกลับเครื่องหมาย เพราะ $x > 1$ ทำให้ $x-1$ เป็นบวก
 $\rightarrow 2 \geq x^2 - x \rightarrow 0 \geq (x-2)(x+1) \rightarrow x \in [-1, 2] \rightarrow$ แต่ $x > 1$ คำตอบคือ $(1, 2]$
 ลองเอา $x=2$ แทนดู ข้อ 1. ได้ฝั่งขวาติดลบ ไม่จริงแน่นอน ข้อ 2. ได้ $9 > 9$ ไม่จริง
 ข้อ 3. ได้ $0 \leq 5 \leq 5$ จริง ข้อ 4. ได้ $8 > 12$ ไม่จริง \rightarrow ตอบข้อ 3
 หมายเหตุ ถ้าจะแก้ ข้อ 1. อยู่ในรูป $|A| = -A$ จะได้ $A \leq 0$ ดังนั้น $x^2 + 2x - 3 \leq 0$
 แยกได้ $(x+3)(x-1) \rightarrow [-3, 1]$

13. ตอบ 4

$$\text{วิธีทำ ได้ } A(B + 31) = 21 \rightarrow 2 \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & x \\ 0 & -2 & y + 3 \end{vmatrix} = 2^3 \rightarrow (2)(8y + 24 + 8x) = 8 \rightarrow x + y = -2.5$$

14. ตอบ 2

วิธีทำ จุดตัดอยู่ใกล้กัน ต้องหาทุกจุดตัด ไม่งั้นรูปจะไม่ถูก

$$3x + 4y = 48 \text{ กับ } x + 2y = 22 \text{ ตัดกันที่ } (4, 9)$$

$$x + 2y = 22 \text{ กับ } 3x + 2y = 42 \text{ ตัดกันที่ } (10, 6)$$

$$3x + 4y = 48 \text{ กับ } 3x + 2y = 42 \text{ ตัดกันที่ } (12, 3)$$

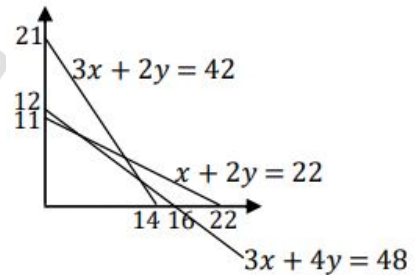
จุดมุม คือ $(0, 0), (0, 11), (4, 9), (12, 3), (14, 0)$

$$\text{ได้ } P = 0, 11a + 66, 13a + 54, 15a + 18, 14a$$

จับแต่ละตัว = 288 แล้วแก้หา a ได้ $a = 18$ จาก

$$13a + 54 \text{ กับ } a = 18 \text{ จาก } 15a + 18$$

ลองแทน $a = 18$ จะได้ 288 มากสุดในบรรดา $11a + 66, 13a + 54, 15a + 18, 14a$



15. ตอบ 4

วิธีทำ ก. ตั้งฉาก = ตอทกันได้ $0 \rightarrow a + 2b + c = 0$ และ $a - b + c = 0$ จับลบกันได้ $b = 0$ แทนกลับไป ได้ $a + c = 0$ ดังนั้น $a + b + c = 0 \rightarrow$ ก ผิด

$$\text{ข. } 3 = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{5} \left(\frac{3}{\sqrt{5}} \right)} = 1 \rightarrow \theta = 0 \rightarrow \text{ข ผิด}$$

16. ตอบ 2

วิธีทำ จากกฎของ sin ได้ $\frac{14}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{16-b}{\sin C}$ และจากที่โจทย์ให้จะได้ $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{5}{3}$

$$\text{ได้ } \frac{b}{16-b} = \frac{5}{3} \rightarrow 3b = 80 - 5b \rightarrow b = 10, c = 6 \rightarrow \text{กฎของ cos ได้}$$

$$14^2 = 10^2 + 6^2 - 2(10)(6)\cos A \rightarrow \cos A = -\frac{1}{2}$$

$$\text{มุมในสามเหลี่ยม มี } 0^\circ < A < 180^\circ \text{ ได้ } A = 120^\circ \rightarrow \sin 2A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

17. ตอบ 4

$$\text{วิธีทำ จัดรูปได้ } 9(x-1)^2 - 16(y-2)^2 = 199 + 9 - 64 \rightarrow \frac{(x-1)^2}{4^2} - \frac{(y-2)^2}{3^2}$$

$$= 1 \rightarrow V = (-3, 2), (5, 2) \text{ ผ่าน } (-3, 2), (5, 2) \text{ แสดงว่าจุดยอด คือ } (1, ?)$$

$$\text{โจทย์บอกผ่าน } (1, 0) \text{ แสดงว่าจุดยอดคือ } (1, 0) \text{ ได้สมการคือ } (x-1)^2 = 4cy \rightarrow \text{แทน } (5, 2)$$

ได้ $c = 2 \rightarrow (x - 1)^2 = 8y \rightarrow$ ข้อ 4 แทนแล้วไม่จริง

18. ตอบ 1

วิธีทำ $a_n = \frac{1}{4 \cdot \frac{n(n+1)}{2}} = \frac{1}{2n(n+1)} \rightarrow$ เทเลสโคป ได้ $a_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \rightarrow$

ได้ผลบวก $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} \right) = \frac{1}{2}$

19. ตอบ 4

วิธีทำ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x(x-1)} - x)(\sqrt{x(x-1)} + x)}{\sqrt{x(x-1)} + x} + 2 = \lim_{x \rightarrow \infty}$

$\frac{-x}{\sqrt{x(x-1)} + x} + 2 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{\sqrt{1(1 - \frac{1}{x})} + 1} + 2 = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$

20. ตอบ 2

วิธีทำ $y = 3x - 2x^{-3} \rightarrow y' = 3 + 6x^{-4} \rightarrow$ ที่ $(1,1)$ ชั้น 9 \rightarrow ผ่าน $(1,1)$ ได้

$L : y = 9x - 8$ แก่หาจุดตัด $x^2 - x = 9x - 8 - 1 \rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0$

$\rightarrow x = 9, 1 \rightarrow (9, 73), (1, 1)$ ได้ระยะห่าง $= \sqrt{8^2 + 72^2} = 8\sqrt{1 + 9^2} = 8\sqrt{82}$

21. ตอบ 1

วิธีทำ จากแผนภาพ จะได้ $P(A) + P(B - A) + P(A' \cap B') = 1 \rightarrow P(B - A)$

$= 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ จาก $P(B') = \frac{5}{8}$ ได้ $P(B) = \frac{3}{8}$ ได้ $P(A \cap B) = P(B) - P(B - A)$

$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow$ ข ถูก

22. ตอบ 3

วิธีทำ กรณีลูกแรกออก 1, 3, 5 \rightarrow ลูกหลังต้องออก 4 \rightarrow 3 แบบ

กรณีลูกแรกออก 2, 6, \rightarrow ลูกหลังต้องออก 2, 4, 6 \rightarrow 6 แบบ

กรณีลูกแรกออก 4 \rightarrow ลูกหลังต้องออก \rightarrow 6 แบบ \rightarrow รวม 15 แบบ

23. ตอบ 1

วิธีทำ 6 ปีต่อมา ทั้ง 6 คน อายุเฉลี่ยเพิ่มเป็น 40 ปี แต่ s เท่าเดิม = 8

$$\text{ดังนั้น } \sqrt{\frac{\sum(x_i - 40)^2}{6}} = 8 \text{ จะได้ } \sum(x_i - 40)^2 = 8^2 \cdot 6$$

 เนื่องจากอีก 2 คนใหม่ที่เพิ่มมา มีอายุ $= \bar{X} = 40$ ดังนั้น $\sum(x_i - 40)^2$ ของทั้ง 8 คน

$$\text{จะยังเท่าเดิม } = 8^2 \cdot 6$$

$$\text{ดังนั้น } s \text{ ของทั้ง 8 คน คือ } = \sqrt{\frac{8^2 \cdot 6}{8}} = \sqrt{8 \cdot 6} = 4\sqrt{3}$$

$$\text{ดังนั้น สัมประสิทธิ์การแปรผัน } = \frac{s}{\bar{X}} = \frac{4\sqrt{3}}{40} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

24. ตอบ 2

 วิธีทำ เรียงได้ 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 9, 12, 18 \rightarrow Mode = 4, Med = 4.5, $\bar{X} = \frac{74}{12} = 6.17$

25. ตอบ 3

 วิธีทำ ยกกำลัง 6 ตลอดได้ $7^3 \cdot 5, 5^3 \cdot 7, 5^2 \cdot 7, 7^2 \cdot 5$ เอา $5 \cdot 7$ ทหารตลอด เหลือ $7^2, 5^2, 5, 7$

26. ตอบ 7

 วิธีทำ แก้มการ $\left(\frac{a}{2}\right) = 10$ ได้ $n(A) = 5$ กับ $\left(\frac{b}{2}\right) = 6$ ได้ $n(B) = 4$

 ย้อนสูตร 2^n สองเที่ยว จะได้ $A \cap B$ มี 2 ตัว ดังนี้ $n(A \cup B) = 5 + 4 - 2 = 7$

27. ตอบ 20

 วิธีทำ การเขียนเลขชี้กำลัง เนื่องจากทางขวา $16^{64} = 2^{256} = 5^0 2^{256}$

$$\text{ดังนั้น } x - 2^A = 0 \text{ และ } y^A = 256$$

$$\text{จาก } x - 2^A = 0 \text{ จะได้ } x = 2^A \text{ ยกกำลัง } A \text{ ทั้งสองข้าง ได้ } x^A = 2^{A^2} \dots (1)$$

$$\text{จาก } A = \frac{\log y}{\log x} = \log_x y \text{ ดังนั้น } y = x^A \text{ แทนใน (1) ได้ } y = 2^{A^2} \text{ ยกกำลัง } A \text{ อีกได้}$$

$$y^A = 2^{A^3} \text{ แต่ } y^A = 256 \text{ ดังนั้น } 256 = 2^{A^3} \text{ ได้ } A^3 = 8 \text{ ได้ } A = 2$$

$$\text{แทน } A = 2 \text{ ใน } x - 2^A = 0 \text{ และ } y^A = 256 \text{ ได้ } x = 4, y = 16 \text{ ดังนั้น คำตอบ } x + y$$

คือ 20

28. ตอบ 373

$$\text{วิธีทำ } (1 + \tan^2 x) \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$\text{เอาสมการ } \sin x + \cos x = \frac{4}{3} \text{ มายกกำลังสองสองข้าง จะได้ } 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{16}{9}$$

$$\text{จะได้ } \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{18}{7} \text{ จะได้ } a^2 + b^2 = 18^2 + 7^2 = 373$$

29. ตอบ 5

$$\text{วิธีทำ } A: \frac{(x-1)^2}{(x-1)^3} = 3 \rightarrow x = \frac{4}{3}, B: x+1 = 4 + x-1 - 4\sqrt{x-1} \rightarrow x = \frac{5}{4} \rightarrow \text{ตอบ 5}$$

30. ตอบ 4

$$\text{วิธีทำ ให้ } \sqrt{x^2 - 4x - 1} = k \rightarrow 5^{1+k} + 5^{\frac{4-k^2}{2+k}} = 126 \rightarrow 5^{1+k} + 5^{2+k} = 126$$

$$\rightarrow \text{คูณ } 5^k \text{ ตลอด ได้ } 5(5^{2k}) - 126(5^k) + 25 = 0 \rightarrow (5(5^k) - 1)(5^k - 25)$$

$$= 0 \rightarrow k = -1, 2 \text{ แต่ } k \text{ เป็นรูท } \geq 0 \text{ ได้ } \sqrt{x^2 - 4x - 1} = 2 \rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\rightarrow x = -1, 5 \rightarrow \text{ตอบ 4}$$

31. ตอบ 162

$$\text{วิธีทำ ได้แกนเอก} = 6\sqrt{2} \rightarrow a = 3\sqrt{2} \rightarrow \text{ผ่าน } (4,1) \text{ แสดงว่า } \frac{4^2}{(3\sqrt{2})^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \rightarrow b = 3$$

$$L \text{ ชั้น } \frac{1-0}{4-4.5} = -2 \text{ ผ่านจุด } (4,1) \text{ ได้ } y = -2x + 9 \rightarrow 2x + y - 9 = 0$$

$$\rightarrow d = \frac{|2(0) + 0 - 9|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}} \text{ วงรี มี } c = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - 3^2} = 3 \rightarrow$$

$$\text{โฟกัส } (3,0), (-3,0) \rightarrow |AF_1| |AF_2| = (\sqrt{2})(\sqrt{50}) = 10$$

$$\text{ได้ } d^2 |AF_1| |AF_2| = \left(\frac{9}{\sqrt{5}}\right)^2 10 = 162$$

32. ตอบ 2

$$\text{วิธีทำ ใส่ } \tan \text{ ตลอดได้ } \tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}} - \sqrt{x}}{\frac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}}(\sqrt{x})} = \frac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x}+x}{1-\sqrt{x}} = \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} = 1 \text{ และ}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = 1$$

$$\text{ดังนั้น } \tan \theta + \cot \theta = 1 + 1 = 2$$

33. ตอบ 2

วิธีทำ จะได้ $-4x - 12 + 14 + 2x^2 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 1$

ดังนั้น $\det(((A^t)^t)^{-1}) = \det A = 1 + 1 = 2$

34. ตอบ 16

วิธีทำ ดึง r ออกจากตัวส่วนได้ $\frac{a_1 + a_3}{r(a_1 + a_3)} + \frac{a_3 + a_5}{r(a_3 + a_5)} + \frac{a_5 + a_7}{r(a_5 + a_7)} + \dots$

$+ \frac{a_{2011} + a_{2013}}{r(a_{2011} + a_{2013})} = 2012$ ผังซ้ายได้ $\frac{1}{r}$ บวกกัน $= \frac{2011-1}{2} + 1 = 1006$ ตัว

$\rightarrow r = \frac{1006}{2012} = \frac{1}{2}$ ให้ $x = 1 + \frac{5}{2} + \frac{12}{2^2} + \frac{22}{2^3} + \dots(1)$ ทหาร 2 จะได้

$\frac{x}{2} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2^2} + \frac{12}{2^3} + \frac{22}{2^4} + \dots(2)$ (1) - (2): $\frac{x}{2} = 1 + \frac{4}{2} + \frac{7}{2^2} + \frac{10}{2^3} + \dots(3)$

\rightarrow ทหาร 2 จะได้ $\frac{x}{4} = \frac{1}{2} + \frac{4}{2^2} + \frac{7}{2^3} + \frac{10}{2^4} + \dots(4)$

(3) - (4): $\frac{x}{2} = 1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots = 1 + \frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 4 \rightarrow x = 16$

35. ตอบ 11

วิธีทำ $\left| \frac{(z+1)(1+i)}{z(1+i)+5+i} \right| = \left| \frac{z+1}{z + \frac{5+i}{1+i}} \right| = \left| \frac{z+1}{z + \frac{(5+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}} \right| = \left| \frac{z+1}{z + \frac{6-4i}{2}} \right| = \left| \frac{z+1}{z+3-2i} \right| = \frac{\sqrt{(a+1)^2 + b^2}}{\sqrt{(a+3)^2 + (b-2)^2}} = 1$

$\rightarrow (a+1)^2 + b^2 = (a+3)^2 + (b-2)^2 \rightarrow 2a+1 = 6a+9-4b+4 \rightarrow b = a+3$

จาก $|z| = \sqrt{65}$ จะได้ $a^2 + (a+3)^2 = 65 \rightarrow a^2 + 3a - 28 = 0 \rightarrow (a+7)(a-4) = 0$

Z อยู่ Q_1 ได้ $a=4, b=7 \rightarrow$ ตอบ $4+7=11$

36. ตอบ 205

วิธีทำ จะได้ $a_5 - a_1 = b_5 - b_2 \rightarrow 4d_a = 3d_b \rightarrow \frac{d_b}{d_a} = \frac{4}{3}$

$\frac{(b_6 - b_4) + (b_6 - b_1)}{a_4 - a_2} = \frac{2d_b + 5d_b}{2d_a} = \frac{7d_b}{2d_a} = \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{14}{3} \rightarrow 14^2 + 3^2 = 205$

37. ตอบ 3

วิธีทำ จะได้ $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ ดังนั้น $\frac{a_n}{a_n - 1} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{n(n+1)}{2} - 1} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{n^2 + n - 2}{2}} = \frac{n(n+1)}{(n+2)(n-1)}$

ดังนั้น $\frac{a_2 a_3 a_4 \dots a_n}{(a_2 - 1)(a_3 - 1)(a_4 - 1) \dots (a_n - 1)} = \frac{a_2}{a_2 - 1} \cdot \frac{a_3}{a_3 - 1} \cdot \frac{a_4}{a_4 - 1} \dots \frac{a_n}{a_n - 1}$
 $= \frac{(2)(3)}{(4)(1)} \cdot \frac{(3)(4)}{(5)(2)} \cdot \frac{(4)(5)}{(6)(3)} \cdot \frac{(5)(6)}{(7)(4)} \dots \frac{n(n+1)}{(n+2)(n-1)}$ จะตัดกันได้ เหลือ $\frac{3}{1} \cdot \frac{n}{n+2}$

ดังนั้น ลิมิตของลำดับ = 3

38. ตอบ 24

วิธีทำ $\frac{2x-8}{2x-\sqrt{4x^2-3x+12}} \cdot \frac{2x+\sqrt{4x^2-3x+12}}{2x+\sqrt{4x^2-3x+12}} = \frac{(2x-8)(2x+\sqrt{4x^2-3x+12})}{4x^2-4x^2+3x-12} = \frac{2(2x+\sqrt{4x^2-3x+12})}{3}$

ดังนั้น $\frac{2(2(4)+\sqrt{4(4)^2-3(4)+12})}{3} = k \cdot \frac{4}{3} \rightarrow k=8 \rightarrow f(8+1) = \frac{8(9)}{3} = 24$

39. ตอบ 354

วิธีทำ $f'(x) = ax^3 + bx, f''(x) = 3ax^2 + b$ จาก $f''(0) = 6$ จะได้ $b = 6$

จาก $f'(1) = 18$ จะได้ $a + 6 = 18 \rightarrow a = 12 \rightarrow f(x) = 3x^4 + 3x^2 + c$

จาก $f(2) = f(1) + f(0)$ จะได้ $48 + 12 + c = 3 + 3 + c + c \rightarrow c = 54$

$g'(x) = (x^3 + 2x)(12x^3 + 6x) + (3x^2 + 2)(3x^4 + 3x^2 + 54)$

จะได้ $g'(-1) = (-1-2)(-12-6) + (3+2)(3+3+54) = 354$

40. ตอบ 168

วิธีทำ จะได้ $5 - 2i$ เป็นคำตอบด้วย $\rightarrow f(x) = k(x+1)(x-(5+2i))(x-(5-2i))$

$= k(x+1)(x^2 - 10x + 29)$ จาก $f(0) = 58$ จะได้ $k(0+1)(0-0+29) = 58 \rightarrow k = 2$

ดังนั้น $f(x) = 2(x+1)(x^2 - 10x + 29) = 2x^3 - 18x^2 + 38x + 58$

จะได้ $f(-x) = -2x^3 - 18x^2 - 38x + 58$ ดังนั้น $f(x) - f(-x) = 4x^3 + 76x$

อินทิเกรตได้ $x^4 + 38x^2 \rightarrow$ ตอบ $(2^4 + 38(2^2)) - (0+0) = 168$

41. ตอบ 42

วิธีทำ = แบบทั้งหมด - แบบที่ 1 ติดกัน - แบบที่ 3 ติดกัน + แบบที่ 1 ติดกันและ 3 ติดกัน

$= \frac{6!}{2!2!2!} - \frac{5!}{2!2!} - \frac{5!}{2!2!} + \frac{4!}{2!} = 90 - 30 - 30 + 12 = 42$ แบบ

42. ตอบ 5927

วิธีทำ d มากสุด $99 \rightarrow c < 594 \rightarrow c$ มากสุด $593 \rightarrow b < 2965 \rightarrow b$ มากสุด $2964 \rightarrow a < 5928$

43. ตอบ 396

วิธีทำ $100a + 10b + c = 10a + b + 10b + a + 10a + c + 10c + a + 10b + c + 10c + b$
 $78a = 12b + 21c \rightarrow 26a = 4b + 7c \leq 36 + 63 = 99 \rightarrow a \leq 3$
 $a = 3$ ได้ $4b + 7c = 78$ ไล่แทน $b = 9$ ลงมา จนกว่าจะเจอที่หารด้วย 7 ลงตัว ได้
 $b = 9, c = 6$

44. ตอบ 135

วิธีทำ = แบบทั้งหมด - แบบที่ไม่มีคูโหนดมาจากอำเภอเดียวกัน
 $= \binom{6}{2} \binom{6}{2} - \binom{6}{2} \binom{4}{2} = 225 - 90 = 135$

45. ตอบ 200

วิธีทำ $|\vec{b} - \vec{c}| = \sqrt{4^2 + (y-1)^2} = 5 \rightarrow y = 4, -2$ และจาก $\vec{a} \perp \vec{b}$ จะได้ $6x + \frac{12y}{5} = 0$
 $\rightarrow x = -\frac{8}{5}, \frac{4}{5}$ แต่ $\vec{a} \cdot \vec{c} > 0$ จะได้ $2x + \frac{12}{5} > 0 \rightarrow x > -\frac{6}{5} \rightarrow$ เหลือ $x = \frac{4}{5}$
 และ $y = -2$

$$5\vec{a} + \vec{b} = (4\vec{i} + 12\vec{j}) + (6\vec{i} - 2\vec{j}) = 10\vec{i} + 10\vec{j} \rightarrow |5\vec{a} + \vec{b}| = 10^2 + 10^2 = 200$$

46. ตอบ 20

วิธีทำ จะได้พื้นที่ของนาย ก. คือ $0.5 - 0.0948 = 0.4052 \rightarrow Z_n = 1.31$

จะได้พื้นที่ของนาย ข. คือ $-(0.5 - 0.1064) = -0.3936 \rightarrow Z_{\eta} = -1.24$

$$Z_n - Z_{\eta} = 1.31 - (-1.24) = 2.55 = \frac{x_n - x_{\eta}}{s} = \frac{51}{s} \rightarrow s = \frac{51}{2.55} = 20$$

47. ตอบ 12

วิธีทำ ทำนาย ฟิสิกส์ (x_i) จากคณิตศาสตร์ (y_i) ต้องใช้ $\hat{x} = a + bY$

จะได้ $\sum x_i = 54$ และ $\sum y_i = 36$ จะได้ระบบสมการคือ $54 = 6a + 36b$ และ

$428 = 36a + 268b$ ตัดเป็นอย่างต่ำได้ $9 = a + 6b$ และ $107 = 9a + 67b$ แทน a

จากสมการแรกได้ $107 = 9(9 - 6b) + 67b \rightarrow 26 = 13b \rightarrow b = 2, a = -3 \rightarrow$

ตอบ $-3 + 2(7.5) = 12$

48. ตอบ 10

วิธีทำ ค่อยๆไล่จาก y น้อยๆ เริ่มจากกลุ่ม $y=0$ ใช้เงื่อนไขที่สอง

$$F(0,0) = 1, F(1,0) = 2, F(2,0) = 3, F(3,0) = 4, F(4,0) = 5$$

$$\text{พวก } y = 1 : F(0,1) = F(1,0) = 2$$

$$F(1,1) = F(F(0,1), 0) = F(2,0) = 3$$

$$F(2,1) = F(F(1,1), 0) = F(3,0) = 4$$

$$F(3,1) = F(F(2,1),0) = F(4,0) = 5$$

$$\text{พวก } y = 2 : F(0,2) = F(1,1) = 3$$

$$F(1,2) = F(F(0,2),1) = F(3,1) = 5$$

$$\text{ดังนั้น } F(1,2) + F(3,1) = 5 + 5 = 10$$

49. ตอบ 6

วิธีทำ จาก (1) แทน $x = 1$ จะได้ $1 * y = (1 * 1)y = y$ เปลี่ยนชื่อ y เป็น x ได้ $1 * x = x$

แทน $1 * x = x$ ในข้อ (2) ได้เป็น $x * x = x$

แทน $x * x = x$ ในข้อ (1) ได้เป็น $x * (xy) = xy$

$$\text{ถ้าจะหา } 5 * 6 \text{ ก็แทน } x = 5, y = \frac{6}{5} \text{ จะได้ } 5 * 6 = 5 * \left(5 \cdot \frac{6}{5}\right) = 5 \cdot \frac{6}{5} = 6$$

จะเห็นว่า เครื่องหมาย $*$ คือให้ตอบตัวหลังนั่นเอง ดังนั้น $2 * (5 * (5 * 6)) = 6$

50. ตอบ 4

วิธีทำ จะได้ $f(f(x)) = 4 + x(4 - f(x)) \dots (1)$

$$\text{แทน } x \text{ ด้วย } 0 \text{ จะได้ } f(f(0)) = 4 + 0(4 - f(0)) = 4 \dots (2)$$

$$\text{จาก (2) ใส่ } f \text{ ทั้งสองข้างได้ } f(f(f(0))) = f(4) \dots (3)$$

$$\text{แทน } x \text{ ใน (1) ด้วย } f(0) \text{ จะได้ } f(f(f(0))) = 4 + f(0)(4 - f(f(0))) \dots (4)$$

$$\text{แต่จาก (2) จะได้ } f(f(0)) = 4 \text{ ดังนั้น } f(f(f(0))) = 4 + f(0)(4 - 4) = 4 \dots (5)$$

$$\text{จาก (3) และ (5) จะได้ } f(4) = 4$$