



# IJSO

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์  
เพื่อคัดเลือกผู้แทนประเทศไทยไปแข่งขัน  
วิทยาศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ครั้งที่ 16  
The Sixteenth International Junior Science Olympiad: 16<sup>th</sup> IJSO

ชื่อ-สกุล .....	ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เลขประจำตัวผู้สอบ .....	รหัสชุดวิชา 0000001
สถานที่สอบ .....	สอบวันเสาร์ที่ 26 มกราคม 2562
ห้องสอบ .....	เวลา 08:30 – 10:00 น.

## คำชี้แจง

- ข้อสอบมี 5 หน้า (รวมหน้านี้ด้วย) จำนวน 25 ข้อ
- ใช้ปากกาเขียน ชื่อ นามสกุล เลขประจำตัวสอบ สถานที่สอบ และ **ใช้ดินสอ 2B** ระบายลงในวงกลมให้ตรงกับเลขประจำตัว และรหัสชุดวิชาที่กรอกในกระดาษคำตอบ
- ข้อสอบทั้งหมดเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก
- วิธีตอบ** ทำการระบายคำตอบข้อที่ถูกต้องที่สุด ลงในกระดาษคำตอบด้วยดินสอ 2B ให้นักเรียนพิจารณาเลือกคำตอบที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุดเพียงคำตอบเดียว ถ้าข้อใดตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก ข้อนั้นถือเป็นโมฆะ
- ห้ามนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ



1. สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  ใด ๆ กำหนดให้  $d_n$  เป็นค่าของเลขโดดในทศนิยมตำแหน่งที่  $n$  ของ  $\frac{22}{7}$   
ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
- A.  $d_{2020} \leq d_{2563}$       B.  $d_{2020} \leq d_{2561}$       C.  $d_{2018} \leq d_{2563}$       D.  $d_{2018} \leq d_{2561}$
2. ถ้า  $a^5 < \frac{1}{a^3}$  แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงเสมอ
- A.  $a^5 < a^3$       B.  $a^2 < a^4$       C.  $a^3 < a^4$       D.  $a^4 < a^3$
3. ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวก โดยที่  $x$  มีค่ามากกว่า  $y$  อยู่  $a\%$  และ  $y$  มีค่าน้อยกว่า  $x$  อยู่  $b\%$   
ถ้า  $a + b = 97.5$  แล้ว  $\frac{3a + 3b}{a - b}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด
- A. 9      B. 11      C. 13      D. 15
4. กำหนดให้  $a = \sqrt[6]{\sqrt{2} - 1}$ ,  $b = \sqrt{\sqrt{3} - 1}$  และ  $c = \sqrt[9]{2 - \sqrt{3}}$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
- A.  $a < b < c$       B.  $b < a < c$       C.  $b < c < a$       D.  $c < a < b$
5. มีจำนวนเต็ม  $n$  ทั้งหมดกี่จำนวนซึ่ง  $1 \leq n \leq 100$  และสามารถเขียน  $\frac{206 + 9n^2}{2 + 3n}$  ในรูปทศนิยมซ้ำศูนย์ได้
- A. 12      B. 13      C. 14      D. 15
6. ถ้า  $a^2 + a > b^2 + b$  แล้วข้อใดต่อไปนี้ไม่มีค่าเป็นบวกเสมอ
- A.  $(a + b)(a + b + 1)$       B.  $(a + b)(a - b + 1)$       C.  $(a - b)(a + b + 1)$       D.  $(a - b)(a - b + 1)$
7. ลังใบหนึ่งบรรจุมังคุด มะม่วง และส้มรวมกัน 200 ผล โดยมีมะม่วงกับส้มรวมกันมากกว่ามังคุดอยู่  $a$  ผล  
มีส้มกับมังคุดรวมกันมากกว่ามะม่วงอยู่  $b$  ผล และมีมังคุดกับมะม่วงรวมกันมากกว่าส้มอยู่  $c$  ผล  
ถ้า  $a < b < c$  แล้วจะมีส้มอย่างมากที่สุดกี่ผล
- A. 65      B. 66      C. 67      D. 68



8. กำหนดให้  $ax + 2y + 1 = 2x + ay - 1 = x + y$  ข้อใดต่อไปนี้ไม่จำเป็นต้องเป็นจริง

- A.  $(a - 2)(y - x) = 2$       B.  $a(x + y) = 0$       C.  $x^2 - x = y^2 + y$       D.  $x^2 + x = y^2 - y$

9. จงหาค่าน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของ  $x^2 + 2x + 4 + \frac{8}{x} + \frac{16}{x^2}$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0

- A. 2      B. 4      C. 6      D. 8

10. ถ้าเส้นตรง  $y = ax$  สัมผัสกราฟพาราโบลา  $y = ax^2 + x + a$  แล้วข้อใดต่อไปนี้มีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{a}$

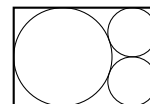
- A.  $2 + a$       B.  $1 + 2a$       C.  $2 + 3a$       D.  $3 + 2a$

11. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี C เป็นมุมฉาก และให้ D เป็นจุดบนด้าน AB

ถ้า  $AD : CD : BD = 1 : 2 : 3$  แล้ว  $\left(\frac{AC}{BC}\right)^2$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{3}{5}$

12. วงกลมสามวงสัมผัสภายนอกซึ่งกันและกัน และแนบในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป  
 จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้มีด้านกว้างเป็นกี่เท่าของด้านยาว



- A.  $9\sqrt{2} - 12$       B.  $12 - 8\sqrt{2}$       C.  $4\sqrt{2} - 5$       D.  $5 - 3\sqrt{2}$

13. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาว  $2\sqrt{3}$ ,  $2 + \sqrt{2}$  และ  $2 - \sqrt{2}$  หน่วย

จงหาว่ารัศมีของวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยมเป็นกี่เท่าของรัศมีของวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

- A.  $2 + 2\sqrt{2}$       B.  $2 + 3\sqrt{2}$       C.  $3 + \sqrt{3}$       D.  $3 + 2\sqrt{3}$

14. สำหรับจำนวนเต็ม  $n \geq 3$  ใด ๆ กำหนดให้

- รูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่แนบในวงกลมรัศมี 1 หน่วยมีเส้นทแยงมุมที่สั้นที่สุดยาว  $a_n$  หน่วย
- รูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีด้านยาว 1 หน่วยมีเส้นทแยงมุมที่สั้นที่สุดยาว  $b_n$  หน่วย

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- A.  $a_n = a_{2n}b_n$       B.  $b_n = a_n a_{2n}$       C.  $a_n = a_{2n} + b_n$       D.  $b_n = a_n + a_{2n}$



15. รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  มี  $\overline{CD}$  เป็นส่วนสูง โดยที่  $AB = 2CD$  และ  $AD < DB$   
ถ้า  $\tan \hat{ACB} = 50$  แล้ว  $AD : DB$  มีค่าเป็นเท่าใด
- A. 1 : 2                                      B. 2 : 3                                      C. 3 : 4                                      D. 4 : 5
16. ลูกบาศก์มีจุดมุมทั้งหมด 8 จุด ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดมุม 3 จุดใด ๆ ให้เป็นรูปสามเหลี่ยม เมื่อพิจารณาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมทั้งหมดที่สามารถสร้างได้ แล้วให้  $a$  เป็นพื้นที่ที่มากที่สุด และให้  $b$  เป็นพื้นที่ที่น้อยที่สุด จงหาค่าของ  $\frac{a}{b}$
- A.  $\sqrt{2}$                                       B.  $\sqrt{3}$                                       C. 2                                      D.  $\sqrt{6}$
17. เมื่อตัดกรวยกระดาดขีบบางหนึ่งตามแนวสูงเอียงแล้วคลี่ออกเป็นเซกเตอร์ของวงกลม จะได้มุมที่จุดศูนย์กลางของเซกเตอร์เป็น  $240^\circ$  ถ้ากรวยใบนี้มีสูงตรงและสูงเอียงที่ทำมุม  $A$  ต่อกัน แล้ว  $\tan^2 A$  มีค่าเท่ากับเท่าใด
- A.  $\frac{1}{2}$                                       B.  $\frac{2}{3}$                                       C.  $\frac{3}{4}$                                       D.  $\frac{4}{5}$
18. พีระมิดตรงมีฐานเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาว 12 หน่วย ถ้าพีระมิดนี้มีปริมาตร  $A$  ลูกบาศก์หน่วย และมีพื้นที่ผิวข้างทั้งหมด  $A$  ตารางหน่วย แล้วพีระมิดนี้มีสูงตรงกี่หน่วย
- A. 4                                      B.  $4\sqrt{3}$                                       C. 6                                      D.  $6\sqrt{3}$
19. ใช้ระนาบตัดทรงกลมออกเป็นสองส่วน ถ้าระนาบนี้แบ่งเส้นผ่านศูนย์กลางที่ตั้งฉากกับระนาบออกเป็นอัตราส่วน 1 : 3 จงหาว่าระนาบนี้จะแบ่งพื้นที่ผิวของทรงกลมออกเป็นอัตราส่วนเท่าใด
- A. 1 : 3                                      B. 1 : 4                                      C. 1 : 5                                      D. 1 : 6
20. ใช้ระนาบตัดทรงกลมออกเป็นสองส่วน ถ้าระนาบนี้แบ่งเส้นผ่านศูนย์กลางที่ตั้งฉากกับระนาบออกเป็นอัตราส่วน 1 : 3 จงหาว่าระนาบนี้จะแบ่งปริมาตรของทรงกลมออกเป็นอัตราส่วนเท่าใด
- A. 3 : 27                                      B. 4 : 27                                      C. 5 : 27                                      D. 6 : 27

